κεῖται γὰρ ὁ Δ τῶν ΑΒΓ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον· οὐκ ἄ-
ρα ἔσονταί τινες τῶν ΕΖΗ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ
αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς ΑΒΓ· οἱ ΕΖΗ ἄρα ἐλάχιστοί εἰ-
σι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς ΑΒΓ· ὅπερ ἔ-
δει δεῖξαι :–

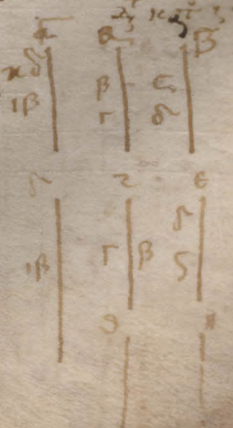
λϛ Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦ-
σιν ἀριθμόν. ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ ΑΒ·
δεῖ δὴ εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν. οἱ ΑΒ
γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. ἔστω-
σαν πρότερον οἱ ΑΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· καὶ ὁ
Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· οἱ
ΑΒ ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον·
εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ ΑΒ ἐλάσσο-
να ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις ὁ
Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε·
ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστω-
σαν ἐν τῷ Ζ· ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ δὲ Β τὸν Ζ πολλαπλασιά-
σας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν
ΑΕ τῷ ἐκ τῶν ΒΖ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕ-
τως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ ΑΒ πρῶτοι· οἱ δὲ πρῶ-
τοι καὶ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν
αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μεί-
ζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ Β ἄρα τὸν Ε με-
τρεῖ ὡς ἑπόμενος ἑπόμενον· καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς ΒΕ
πολλαπλασιάσας τοὺς ΓΔ πεποίηκεν· ἔστιν

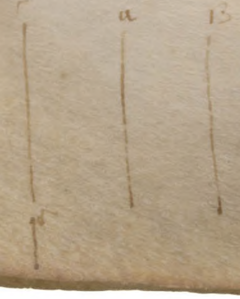
τὸν Γ ποιεῖ
ὁ Β ἄρα τὸν Α
πολλαπλασιάσας

ε

141

ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. μετρεῖ δὲ
ὁ Β τὸν Ε· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ, ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα·
ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα οἱ ΑΒ μετροῦσι
τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ· ὅταν οἱ ΑΒ
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν· ὁ Γ ἄρα ἐλάχιστος
ὑπὸ τῶν ΑΒ μετρεῖται. μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ ΑΒ
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι
ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς ΑΒ οἱ ΖΕ·
ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν ΑΕ τῷ ἐκ τῶν ΒΖ· καὶ ὁ Α
τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ Β ἄρα
τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· οἱ ΑΒ
ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστον· εἰ
γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ ΑΒ ἐλάσσο-
να ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις μὲν
ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η·
ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστω-
σαν ἐν τῷ Θ· ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ δὲ Β τὸν Θ πολλαπλασιάσας
τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν ΑΗ τῷ
ἐκ τῶν ΒΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ
πρὸς τὸν Η· ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς
τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Θ πρὸς
τὸν Η· οἱ δὲ ΖΕ ἐλάχιστοι· οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι
τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων
τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ Ε ἄρα
τὸν Η μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς ΗΕ πολλαπλασιάσας





[illegible]